Les équations du second degré et discriminant

Les équations du second de gré avec le discriminant dans un cours de maths en 1ère S avec les différentes formules pour résoudre l'équation.

I.Fonction polynôme du second degré

1.Généralités

Définition :

Toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec a,b,c trois nombres réels tel que a soit non nul est appelée **fonction polynôme du second degré** ou, simplement, **trinôme**.

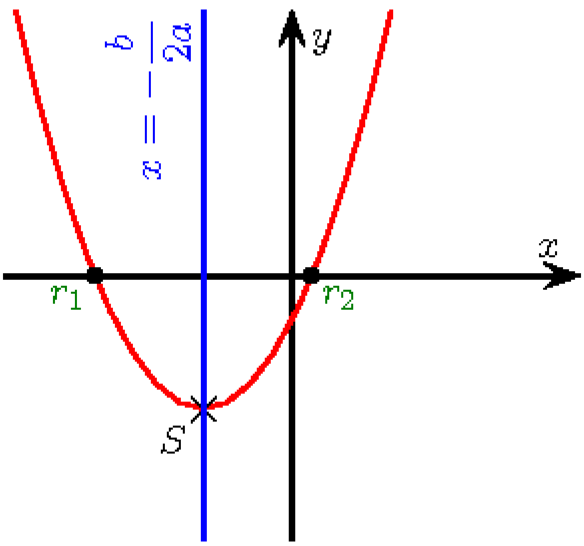
2.Forme canonique

Théorème :

Tout fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec a,b,c trois nombres réels tel que a soit non nul peut s'écrire de **façon unique** sous la forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$.

Cette forme est appelée la **forme canonique** du trinôme.

La courbe représentative de f est appelée la **parabole et son équation est** $y=ax^2+bx+c$.



Exemple :

Déterminer la forme canonique de la fonction suivante :

$f(x)=2x^2-4x+8$
$f(x)=2(x^2-2x+4)$
$f(x)=2[(x-1)^2-1+4]$
$f(x)=2[(x-1)^2+3]$
$f(x)=2(x-1)^2+6$

Propriété :

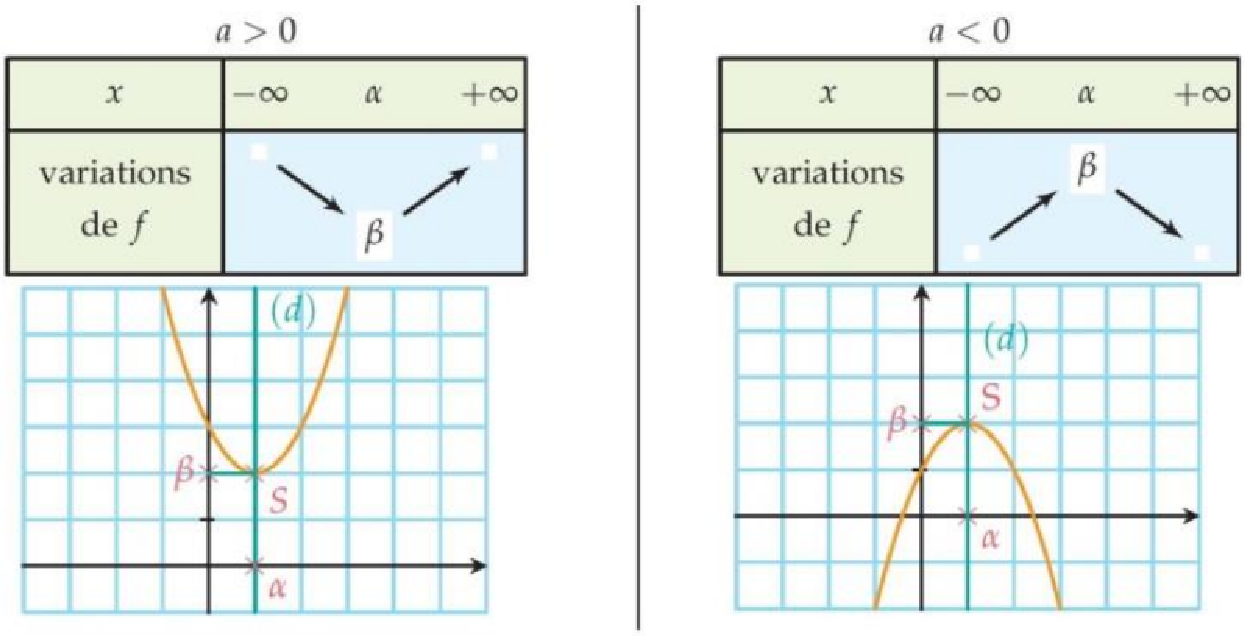
Une parabole de sommet $S(\alpha;\beta)$ est symétrique par rapport à la droite d'équation $x=\alpha$.

3.Sens de variation d'une fonction

Propriété :

Soit f une fonction du second degré dont la forme canonique est $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$.

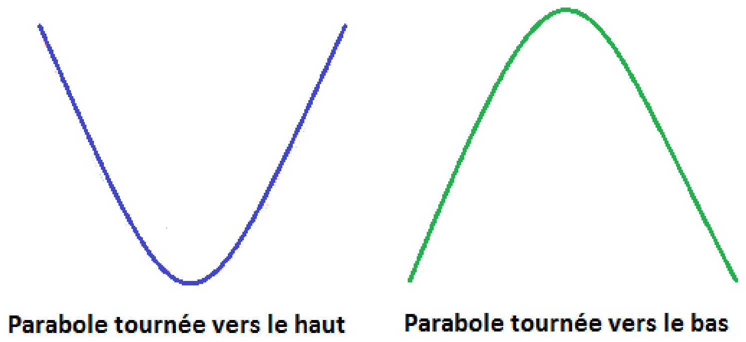
Le sens de variation de f dépend du signe du nombre a.



Vocabulaire :

- Si a>0, f admet un **minimum** en x=a égal à b que l'on peut traduire par "le sommet de la parabole est en bas" ou par "**f est convexe**".

- Si a<0, f admet un **maximum** en x=a égal à b que l'on peut traduire par "le sommet de la parabole est en haut" ou par "**f est concave**".



II.les équation du second degré et trinôme

1.Résolution d'équations du second degré

Définition : équation du second degré.

Une **équation du second degré** est une équation du type $ax^2+bx+c=0$ avec a,b,c trois nombres réels tel que a soit non nul.

Définition : discriminant.

$\Delta=b^2-4ac$ est le discriminant du trinôme du second degré ax^2+bx+c.

Vocabulaire :

On appelle **racine** du trinôme du second degré ax^2+bx+c les solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$.

Les solutions de l'équation $f(x)=ax^2+bx+c=0$ sont appelées **racines ou zéros** de la fonction f.

Théorème :

Le nombre de solutions de l'équation du second degré $ax^2+bx+c=0$ dépend du signe de Δ.

Résolution d'une équation du second degré

Calcul de Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Déduction de l'ensemble des solutions de l'équation :

En fonction de la valeur de Δ , nous avons 3 cas distincts :

Si $\Delta > 0$:
L'équation admet **deux solutions dans R** :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$:
L'équation admet **une unique solution dans R** :

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$:
L'équation admet **deux solutions dans C** :

$$x_1 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

2.Le signe du trinôme

	Solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$	Signe de $P(x)=ax^2+bx+c$	Factorisation de $P(x)=ax^2+bx+c$
$\Delta > 0$	Deux solutions distinctes $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & x_1 & & x_2 & +\infty \\ \hline P(x) & \text{signe de } a & 0 & \text{signe de } -a & 0 & \text{signe de } a \end{array}$	$P(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
$\Delta = 0$	Une solution double $x_3 = -\frac{b}{2a}$	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & x_3 & +\infty \\ \hline P(x) & \text{signe de } a & 0 & \text{signe de } a \end{array}$	$P(x) = a(x-x_3)^2$
$\Delta < 0$	Pas de solution	$\begin{array}{c\|cc} x & -\infty & +\infty \\ \hline P(x) & \text{signe de } a & \end{array}$	Pas de factorisation possible